

問題把握の難しさ

池上敦子

キーワード: モデリング, 組合せ最適化, 勤務表作成

1. はじめての問題

オペレーションズ・リサーチや最適化がなんであるかもわからなかった頃の私が, 初めて出会った現実の問題(ただちに解決すべき問題)で頭を悩ませたことを, まず最初に紹介させて頂きたいと思います.

主力製品が高い世界シェアを誇る会社の, ある工場での問題です. その工場では, その主力製品を, サイズ別, 色別に製造していましたが, 社会主義国家への輸出の際, 製品の箱詰め of 工夫が必要でした.

注文は, その国全体として必要な「各サイズ・各色の製品の数」で与えられ, 輸出先では, 各地方に均等に製品を配りたいので, できるだけ同じ詰め方の箱をたくさん作りたいという要望がありました.

1つの箱には, 同じサイズの製品しか入らないので, ここでは, すでに対象とする製品のサイズは, 絞り込んだ下で, 各色の製品がどれだけの数で注文されたか, で話を進めたいと思います.

問題

製品の色の数を n , 各色の注文数を $d_j, j = 1, \dots, n$ としたとき, 容量 c の箱を利用して, これらの注文製品を箱詰めしたい. 各箱に入る色の種類数はできる限り m としたうえで, できる限り同じ内容の箱が多くなるような詰め方を決定せよ(つまり, 各色に対する製品数のパターンを複数考え, それらのパターンで詰められる箱の数をそれぞれ決定せよということ).

問題例

注文製品は17色($n = 17$), 箱のサイズは25($c = 25$), 各色の注文数($d_j, j = 1, \dots, 17$)が表1が示す通りであるとき, 1箱あたり8色($m = 8$)になるようにしながら, できる限り同じ内容の箱が多くなるように, 注文製品の詰め方を決定せよ.

表 1: 色別の注文数

色番号 (j)	注文数 (d_j)
1	180
2	180
3	120
4	120
5	180
6	180
7	160
8	150
9	90
10	90
11	80
12	100
13	60
14	40
15	30
16	60
17	90

2. 解を得る

さて, 読者の方々は, この問題を読んで先ず初めにどうお考えになったでしょうか. 即座に紙とペンを用意して下さった方, もしくはコンピュータに向かおうとされた方はいらっしゃるでしょうか. それとも「このままじゃ解けない」と思われたか, 最適化の観点からすると「非常につまらない」と思われたでしょうか.

当時の私は, とにかく解を得たいという気持ちが強く, すぐコンピュータに向かってプログラムを作り始めました. 気になるのは「できる限り」という言葉と「同じ内容の箱の数の最大化」の意味です.

1つめの「できる限り1箱に m 色」について, 現場に問い合わせると, 「だんだん詰めていくと各色の残りが少なくなってきて, 最後の1箱や2箱, m 色に足りない場合もあれば, それより多くなってしまいうこともあり, それはしかたない」とのことでした. だから「できる限り」でいいのだというのです. それより「同じ内容の箱をできる限り多く」が大切なのだそうですが, 言語理解力のない私は「できる限り」の最適なバランスはどこなのだろうと, 漠然と考えていました. とはいえ, 何か解を得たいと思い, 勝手に問題を設定し, 解を出してみました.

いけがみ あつこ

成蹊大学 理工学部

〒180-8633 武蔵野市吉祥寺北町 3-3-1

atsuko@st.seikei.ac.jp

提案するパターンを p , パターン i の中の色 j の製品数を $x_{ij}, i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, n$, パターン i の箱の数を $y_i, i = 1, \dots, p$ としたときに, $y_i, i = 1, \dots, p$ の中の最大値を最大にすることを考えました. 表 2 は, そのときの解ですが, それぞれのパターンの内容の数値が x_{ij} にあたります (パターン i において, $x_{ij} > 0$ となる x_{ij} の数はちょうど 8 が望ましい).

y_i の最大値が 45 であり, 77 箱中 45 箱が同じ内容の箱となりますが, 実際, この値は, これ以上大きくはできないはずです.

表 2: 詰め方その 1

色番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
注文数	180	180	120	120	180	180	160	150	90	90	80	100	60	40	30	60	90	
パターン 1	4	4	2	2	4	3	3											45 箱
残り			30	30		45	25	15	90	90	80	100	60	40	30	60	90	
パターン 2					2			4	4	3	4	2			2	4		22 箱
残り			30	30		1	25	15	2	2	14	12	16	40	30	16	2	
パターン 3			4	4			3	1						2	5	4	2	7 箱
残り			2	2		1	4	8	2	2	14	12	2	5	2	2	2	
パターン 4			1	1			2	4	1		8	6			2			1 箱
残り			1	1		1	2	4	1	2	6	6	2	3	2	2	2	
パターン 5							2	4			2	6	6	1	3	1		1 箱
残り			1	1		1					1			1	1	2	2	
パターン 6			1	1		1							1	1	2	2		1 箱

アルゴリズムは, 欲張り法的な非常に簡単なもので, 注文数 d_j (または, 詰め残している製品数を表す便宜上の d_j) の大きい順に m 色選び (それらの色の集合を M とし), それらで, できるだけ同じ内容の箱が多く作成できるよう, パターン i (容量 c) の箱に詰める製品数 x_{ij} を, おおよそ $c \cdot d_j / \sum_{j' \in M} d_{j'}$ となるように決定し (他の色の x_{ij} は 0 に固定して), それを繰り返すだけです.

例えば, パターン 1 では, 注文数の多い順に, 色番号 1~8 を選び, それらの注文数の合計 (180 + 180 + 120 + 120 + 180 + 180 + 160 + 150 = 1270) を計算します. そして, $x_{11} = x_{12} = x_{15} = x_{16} = 25 \times 180 / 1270 =$ 約 3.5, $x_{13} = x_{14} = 25 \times 120 / 1270 =$ 約 2.4, $x_{17} = 25 \times 160 / 1270 =$ 約 3.1, $x_{18} = 25 \times 150 / 1270 =$ 約 3.0 を計算し, 小数点の切り上げ, 切り下げのためになんらかの (ごく単純な) ルールを適用し, 合計数が 25 になるようにします. この例では, $x_{1j}, j = 1, \dots, 8$ を, それぞれ, 4, 4, 2, 2, 4, 3, 3, 3 とし, このパターンで 45 箱まで詰められます. そして, その残りを計算した後, 新しい d_j として扱い, また数の多いほうから 8 色選んで, パターン 2 を作成していくことになります.

3. 本当に望まれる解

最初に結末を報告しますと, このアルゴリズムに, 入出力のための簡単なインタフェースをコンピュータメーカーが加え, 現場で利用してもらうことになりました. そして, 実際, 有効に働いたとのことでした.

現場では, サイズの種類も多く, この作業に対し, 今となっては信じられないほどの時間をかけていたこともあり, 圧倒的な時間短縮 (データ入力した瞬間に解が得られること) は魅力的だったかも知れません.

また, 私にとっても, 自分が作ったものが (まだアルゴリズムというほどの代物ではなかったものの), 誰かの役に立ったという経験は, その後のモデリングやアルゴリズムの勉強・研究において, 大きな励みになりました.

さて, 話題を元に戻しますが,

「しかし, 本当に, この解でよいのでしょうか?」

真剣にこのことを考え始めたのは, プログラムが自分の手を離れていってからのことです.

あとから考えた他の解の例を表 3 に示します.

表 3: 詰め方その 2

色番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
注文数	180	180	120	120	180	180	160	150	90	90	80	100	60	40	30	60	90	
パターン 1	4	4			4	3	3	3	2	2								45 箱
残り			120	120		45	25	15				80	100	60	40	30	60	90
パターン 2			5	5			1				3	4	2			2	3	24 箱
残り						45	1	15			8	4	12	40	30	12	18	
パターン 3						7	2			1		1	6	5	1	2		6 箱
残り						3	1	3			2	4	6	4		6	6	
パターン 4						2		2			1	2	5	2		6	5	1 箱
残り						1	1	1			1	2	1	2			1	
パターン 5						1	1	1			1	2	1	2			1	1 箱

y_i の最大値は 45 のままですが, 2 番目に多いパターン 2 の箱数は 22 から 24 に増え, パターンの種類の数 p は 6 から 5 に減りました. 私は, だんだん, 後からの解の方が良いように思えてきました.

「しかし, 本当に, そうなのでしょうか?」

それから, いろいろなことを思い巡らせました.

はてさて, 輸出先の国は, なぜそんなに同じ内容の箱がたくさん必要なのだろうか?

多くの地域に同じように製品を供給したいからということなのだが, 対象地域の数はいくつぐらいなのだろうか. 例えば, 対象地域の数 が 40 とか 30 とか 20 とかだったら, y_i の最大値の 45 にどれほどこだわる必要があるだろうか. 例えば, 対象地域の数 が 15 だったら, 45 にこだわるかも知れない (45 は, 15 の倍数なので). もしかすると, 1 種類のパターンだけが多

くなるより、提案されるパターンのそれぞれが、できるだけ多くなる（例えば5種類のパターンが、それぞれ19箱、19箱、19箱、19箱、1箱の）方がよかったのかも知れない。いったい、問題の本当の目的や制約はなんだったのだろうか！できるだけ同じ内容の箱の数を多く」の意味は、何を基準においてだったのだろうか。

ここで、私が得た事実は「私は問題を、本当には知らなかった」ということでした。本当に望まれる解というのは、本当は何をしたいのか、何が問題なのかを知らないことには提供できないものなのだ、という、ごく当たり前の結論に行き着きました。

その影響があったかなかったかの意識はないのですが、その後、ピークル・ルーティングに没頭した時期には、配送車/収集車のルートを手で運転してみたり、ナース・スケジューリングに没頭している時期にも、考えられる限り、可能な限り、体を動かし、身体的感覚を駆使して、問題を知りたいと思ってきました。

余談ですが、配送車/収集車のルート作成の評価尺度の1つに、信号の通過数最小化が含まれていることを知ったのは、ある配送車/収集車のルートを走ってみて、一時停止の場面が非常に多く存在していたからです。移動時間最小化が目的なので、信号の待ち時間最小化が含まれることくらい、人によっては、すぐ思いつくことも知れませんが、地図上では思いつかなかった事実に、妙に感動したことを憶えています。

4. 問題把握の難しさ

先ほど紹介した箱詰め問題、もしも、私がきちんと問題を把握していたら、もしも、その目的と制約を的確に記述することができたなら、組合せ最適化問題として扱うことができると思います。クイズっぽくて、たとえ私でなくても、何か解を出してみたいくなる問題ではないかと思えます（例えば、勝手に「パターンの種類の数 p の最小化」「1つの箱には8色以内」と設定したらどうなるでしょう？結果は優秀な読者にお任せします。）

最適化の分野には、本当に優秀な研究者がたくさんいらして、問題を正しく表現することができたならば（本質を把握したモデリングができたならば）一気に解決されるような問題も、たくさんあるのではないのでしょうか。

ここで、私が、問題把握で苦しんでいる問題を簡単に紹介させて頂きたいと思えます。

ナース・スケジューリング

10年間頑張ってきたナース・スケジューリング [1][2] は、モデリングにおいて、需要と供給のバランスの問題と捉えました。各日各シフトはナースを必要としますし、実際ナースがそこに割当てられるわけですが、看護の質を守るための「シフト側の都合」と「ナース側の都合」の双方を考慮しなければなりません。特にその「あんばい」が難しい問題です。

大きな構造は捉えられたように思えても、どうしても目的関数を記述できないままで今日まで来ています（もちろん、解くために、便宜上の目的関数は考えているのですが）。

訪問介護スタッフ・スケジューリング

ナース・スケジューリングの延長と考え、訪問介護の勤務表作成問題 [3] にもトライを始めました。まずは、現場スタッフとの月例ミーティングを（すでに3年）行い、2004年の暮れには、東京都内の全訪問介護事業所宛に勤務表作成に関するアンケート用紙を配布し、2005年度は、回収された回答を集計・整理し、問題把握に力を注ぎました。

勤務表作成の際に考慮されている条件をできる限り洗い出し、同じ構造を持つ制約を纏めるなどして、モデルらしきものが少し見え始めたところです。

因みに、アンケート調査でわかったことですが、1ヶ月分（もしくは4週間分）の勤務表作成に費やす時間の平均は9.2時間でした。また、最小は5分、最大は120時間と、事業所によって大きな開きがありました。この差は、事業所のスケール（ヘルパー数や利用者数）の差というより、実際にスケジューリングをおこなっているかどうかの差（ヘルパーが個々に調整して結果だけ報告するシステムでは、スケジューリングの必要がない）であるようでした。もちろん、我々の研究では、スケジューリングに多くの時間を割いて苦労されている、一般的な事業所を想定しています。

この問題も、ナース・スケジューリングと同様に、需要と供給のバランスの問題として扱おうと考えています。需要は利用者から時間指定で要求される在宅サービス、供給は働ける時間に制約のあるヘルパーであり、「利用者の都合」と「ヘルパーの都合」を勤務表作成対象期間（通常1ヶ月）を通して考慮します。ただし、この問題においては、予定の変更が非常に多く、それらの変更を十分吸収できる（つまり、小さな変更が多く利用者のヘルパーのスケジュールに影響を及

ばさないような)勤務表を作成する必要があります。また、ビークル・ルーティングのように、ヘルパーの効率の良い移動経路を考えなくてはなりません。

例えば、自転車が移動の主戦力である、この問題では、上り坂が含まれるような移動経路はできるだけ避けるようにしなければなりません。サービスに直接関わる負荷は減らせられなくとも、ルートの中(移動負荷や待ち時間などによる好ましいもの、そうでないもの)等、コントロールできる部分については、できる限りうまくやり繰りするべきだと考えます。

ナース・スケジューリングのときもそうでしたが、問題の本質を正しく理解する(問題をモデリングする)ためには、本当に多くの時間と、多くの体力と、多くの方の理解と協力が必要であることを、あらためて痛感している次第です。

訪問介護勤務表作成は、ナース・スケジューリングより、問題は複雑ですが、きれいな形に表現できれば、有効なアルゴリズムが適用できたり、もしくは構築できるのではないかと、心を強く持つ決心をしています。この問題においても、モデリングとアルゴリズムで構成される最適化(数理計画)の意味を、ずっしり体感できそうな気がしています。

5. 女性とOR

本特集では、自分の研究テーマに至った経緯、女性にとっての最適化の魅力、ORの魅力について言及するよう依頼がありました。

ナース・スケジューリングの研究に至った経緯は、OR誌モデリング特集[4]で紹介させて頂きましたが、どのテーマのときも、その必要性や自らの興味で問題を追い続けていたら、はまり込んでしまったという状態です。初めに問題と遭遇したときに感じた何かは、常に頭のどこかに留まり、あるとき、それが具体的なアイデアになって出てくるといった経験が多いです。

さて、女性にとって、最適化やORはどういった存在でしょうか。

専業主婦の母に言わせれば「主婦は、毎日、最適化の連続」だそうです。最適な順序を決めたり、段取りを考えたり、最適配置問題、最適経路探索、ダイエット問題、などなど、当たり前毎日のこと、OR誌を読みながらそう主張します。そして「なにも数学的に難しいことしなくても、ポイントさえ押さえれば、いい答えを簡単に得ることができる」と言います。かなり高い精度で最適解に近い解を見つけて来ますので、妙

に納得しますが、この「ポイントさえ押さえれば」が、まさにOR的発想、最適化の発想(的確なモデリングだったり、具体的なアルゴリズム)だったりするのが、非常に興味深いです。

学問・研究の間に男女差はないものと信じつつも、女性が持てる細やかな観察力、特有の(繊細な?)本質を捉える感性が、最適化の世界、ORの世界でも生きてくる予感を(ささやかながら)感じていることを、この特集で報告しておきたいと思います。

6. おわりに

この記事では、問題把握の難しさを、幼稚な経験を基に述べさせて頂きました。

「問題を正しく把握できていないこと」を意識すらできない人もいますし、自分自身もそんなときがあるかも知れないと心を引き締めます!問題の本質を捉えたい」という強い意志を持って、今後も研究を進めていきたいと心より感じています。

『一見「がらくた」としか見えない思いつきでも、その有効性を追求しつづけると、「セレンディピティ」が働く瞬間が訪れる』[5]ことを信じ、頭と体と自分の持ちうるすべての力を使って、ORの魅力、最適化の世界を楽しんでいきたいと考えています。

謝辞 本特集を組んで下さったオーガナイザ、筑波大学吉瀬章子先生に心より御礼申し上げます。

参考文献

- [1] 池上敦子, 丹羽明, 大倉元宏: “我が国におけるナース・スケジューリング”, オペレーションズ・リサーチ, 41, 436-442 (1996).
- [2] Ikegami A. and Niwa A.: “A Subproblem-centric Model and Approach to the Nurse Scheduling Problem”, *Mathematical Programming*, 97, 517-541 (2003).
- [3] 池上敦子, 緒方洋平, 森田隼史, 土谷隆: “訪問介護スタッフ・スケジューリング”, 統計数理研究所共同研究レポート191 最適化: モデリングとアルゴリズム 19, 302-316 (2006).
- [4] 池上敦子: “モデリングを通して見えた世界”, オペレーションズ・リサーチ, 50, 564-567 (2005).
- [5] 赤池弘次: “モデリングの技: ゴルフスイングの解析を例として”, オペレーションズ・リサーチ, 50, 519-524 (2005).